

۱

اگر $\tan^2 x + \cot^2 x = 6$ باشد، حاصل $\sin^4 x + \cos^4 x$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{3}{5}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{4}{5}$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

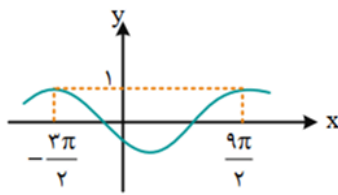
۲

اگر $\frac{\pi}{2} < \alpha < \beta < \pi$ و $\cos \alpha = \frac{1}{2m+1}$ و $\cos \beta = \frac{2}{m+1}$ ، آنگاه مجموعه مقادیر m کدام است؟

- (۱) $(-\infty, -3)$ (۲) $(-\infty, -1)$ (۳) $(-\frac{1}{2}, +\infty)$ (۴) $\emptyset$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۳

اگر $f(x) = \sin x$ و $g(x) = ax$ و $h(x) = b^x - 1$ و نمودار $y = ho(fog)(x)$ به صورت مقابل باشد، برد تابع $y = go(hof)(x)$ کدام است؟

- (۱) $[-1, \frac{1}{3}]$ (۲) $[-\frac{1}{3}, 1]$ (۳) $[-\frac{5}{3}, -\frac{1}{3}]$ (۴) $[\frac{1}{3}, \frac{5}{3}]$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۴

اگر $\sin^{\frac{2}{3}} \alpha + \cos^{\frac{2}{3}} \alpha = 2^{\frac{2}{3}}$ و $\sin \alpha \cos \alpha = k$ باشد، $k + \frac{1}{k}$ کدام است؟

- (۱) $2/5$ (۲) 3 (۳) $3/5$ (۴) 4

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۵

با فرض $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$ ، اگر $7 \sin^2(x - 2\pi) - 3 \cos(\frac{3\pi}{2} - x) \sin(\frac{\pi}{2} + x) = 2$ باشد، حاصل $\sin x \cos x$ کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{29}$ (۲) $\frac{2}{5}$ (۳) $\frac{1}{5}$ (۴) $\frac{10}{29}$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۶

حاصل عبارت $(1 - \cos \frac{\pi}{9}) \tan \frac{4\pi}{9}$ کدام است؟

- (۱) $\sin \frac{\pi}{9}$ (۲) $\sin \frac{\pi}{18}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۷

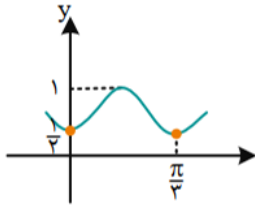
اگر $\sin x - \cos x = k$ و $\sin^4 x + \cos^4 x = 2k^2 - 1$ باشد، مقدار $\sin^6 x + \cos^6 x$ معادل با کدام گزینه می‌باشد؟

- (۱) $2k^2 - 1$ (۲) $2k^3 + 1$ (۳) $k^3 + 1$ (۴) $3k^2 - 2$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۸

نمودار $f(x) = a \sin^2(bx + \frac{\pi}{4}) + c$ به صورت مقابل است. $a + b + c$ کدام می‌تواند باشد؟



(۱) ۲

(۲) $-2/5$

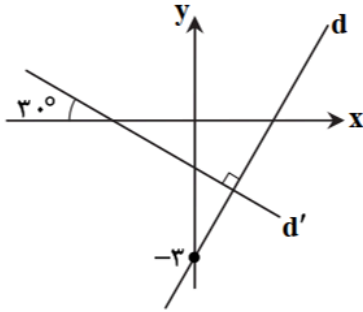
(۳) ۳

(۴) $-3/5$

(گزینه دو - ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۹

با توجه به شکل روبه‌رو، معادله خط d کدام است؟



$$y = \frac{\sqrt{3}}{3}x \quad (۱)$$

$$y = \frac{1}{\sqrt{3}}(\sqrt{3}x + 6) \quad (۲)$$

$$y = \sqrt{3}x - 3 \quad (۳)$$

$$y = \frac{1}{\sqrt{3}}(\sqrt{3}x - 6) \quad (۴)$$

(گزینه دو - ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۱۰

ساده‌شده عبارت $A = \frac{\cos x}{1 + \sin x} + \tan x$ کدام است؟

$$\cos x \quad (۴)$$

$$\sin x \quad (۳)$$

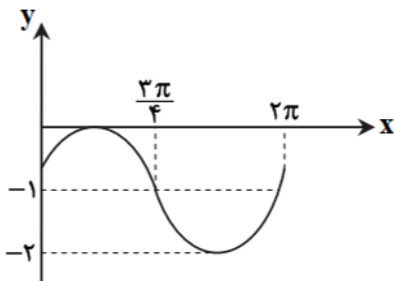
$$\frac{1}{\sin x} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{\cos x} \quad (۱)$$

(گزینه دو - ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۱۱

نمودار تابع $y = b + \sin(x + a\pi)$ به صورت روبه‌رو است. حاصل $a - b$ کدام است؟ ($0 < a < 1$)



(۱) صفر

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

(گزینه دو - ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۱۲

اگر $\frac{1}{\cos \alpha} + \tan \alpha = 2$ ، مقدار $\frac{1}{\cos \alpha} - \tan \alpha$ کدام است؟

$$-\frac{1}{2} \quad (۴)$$

$$-1 \quad (۳)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۲)$$

$$1 \quad (۱)$$

(گزینه دو - ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۱۳

اگر α در ربع اول یا دوم باشد، حاصل عبارت $A = \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{1 - \cos \alpha}} - \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}}$ کدام است؟

$$2 \cot \alpha \quad (۴)$$

$$2 \tan \alpha \quad (۳)$$

$$-2 \cot \alpha \quad (۲)$$

$$-2 \tan \alpha \quad (۱)$$

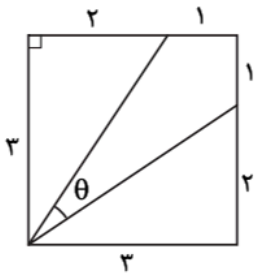
(گزینه دو - ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۱۴ خط $y = k$ نمودار تابع $y = 2 \cos x - 1$ را در بازه $[-2\pi, 2\pi]$ دقیقاً در ۲ نقطه قطع می‌کند. چند مقدار برای k وجود دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) صفر (۴) بی‌شمار

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۱۵ با توجه به شکل روبه‌رو، $\sin \theta$ کدام است؟



- (۱) $\frac{5}{13}$
(۲) $\frac{8}{13}$
(۳) $\frac{5}{17}$
(۴) $\frac{8}{17}$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۱۶ اگر $7 \sin^2 x - 6 \sin x \cos x - \cos^2 x = -2$ ، حاصل $\sin x \cdot \cos x$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{5}$ (۲) $\frac{8}{9}$ (۳) $\frac{7}{8}$ (۴) $\frac{3}{10}$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۱۷ اگر رابطه $\sin^2 x + \cos^2 x = a(\sin^2 x \cos^2 x + k) + b$ همواره برقرار باشد، حاصل $a - \frac{k}{b}$ کدام است؟

- (۱) ۷ (۲) ۵ (۳) ۳ (۴) ۱

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۱۸ اگر $x + y = \frac{\pi}{12}$ و $\cos(x + 5y) = \frac{\sqrt{10}}{10}$ ، حاصل $\tan(y - \frac{5\pi}{2})$ کدام است؟ (انتهای زاویه y در ربع اول است.)

- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{10}$ (۲) -3 (۳) $-\frac{3\sqrt{10}}{10}$ (۴) ۳

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۱۹ کمترین مقدار تابع $f(x) = 25 \sin^2 x - 40 \sin x + [\cos x]$ در کدام یک از بازه‌های زیر اتفاق می‌افتد؟ ($[]$ علامت جزء صحیح است.)

- (۱) $x \in (\frac{\pi}{4}, \frac{2\pi}{3})$ (۲) $x \in (\frac{2\pi}{3}, \frac{3\pi}{4})$ (۳) $x \in (\frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{3})$ (۴) $x \in (\frac{5\pi}{3}, \frac{7\pi}{4})$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

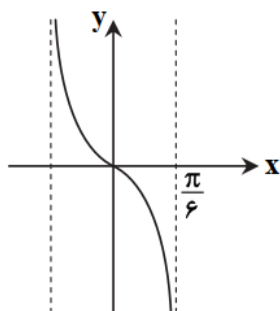
۲۰ تابع $f(x) = \frac{\cos(\frac{\pi}{2} - x)}{\sqrt{1 - \sin^2 x}}$ در بازه $(-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$ مفروض است. در مورد یکنوایی این تابع، کدام گزینه درست است؟

- (۱) در بازه $(0, \frac{\pi}{2})$ اکیداً نزولی است.
(۲) در مجموعه $(0, \pi) - \{\frac{\pi}{2}\}$ اکیداً صعودی است.
(۳) در بازه $(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$ اکیداً نزولی است.
(۴) در مجموعه $(-\frac{\pi}{2}, \pi) - \{\frac{\pi}{2}\}$ اکیداً صعودی است.

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۲۱

شکل روبه‌رو، قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a - \sqrt{3} \tan(bx + \frac{\pi}{6})$ است. مقدار $f(\frac{7\pi}{12})$ کدام است؟



(۱) -۲

(۲) صفر

(۳) ۲

(۴) $\sqrt{3}$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۲۲

تعداد جواب‌های معادله $-\sin(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6}) \sin(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{3}) = \frac{0/4}{\cos(x - \frac{\pi}{3})}$ در بازه $(0, \frac{2\pi}{3})$ کدام است؟

(۱) ۳

(۲) ۲

(۳) ۱

(۴) صفر

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۲۳

تعداد جواب‌های معادله مثلثاتی $4\sin^2 6x + 3 = 3\cos(\pi - 2x)$ در فاصله $(0, \pi)$ کدام است؟

(۱) ۱

(۲) ۳

(۳) ۴

(۴) صفر

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۲۴

اگر $\sin x \cdot \cos x \neq 0$ باشد، تساوی $3 \cot x = m - \tan x$ به‌ازای چند مقدار صحیح m برقرار نیست؟

(۱) ۹

(۲) ۸

(۳) ۷

(۴) ۶

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۲۵

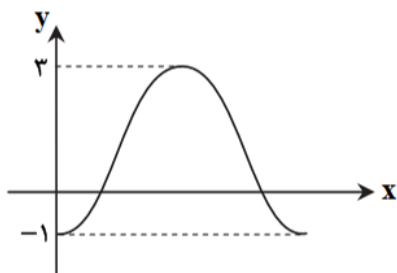
نمودار تابع $f(x) = a \cos(x) + b$ در بازه $[0, 2\pi]$ ، مطابق شکل زیر است. مقدار $a^3 - b$ کدام است؟

(۱) صفر

(۲) ۷

(۳) -۹

(۴) ۲۶



(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۲۶

معادله مثلثاتی $4(1 + \cos 2\alpha)(1 + \cos 4\alpha) = 1$ در بازه $[0, 2\pi]$ چند جواب دارد؟

(۱) ۱۲

(۲) ۱۳

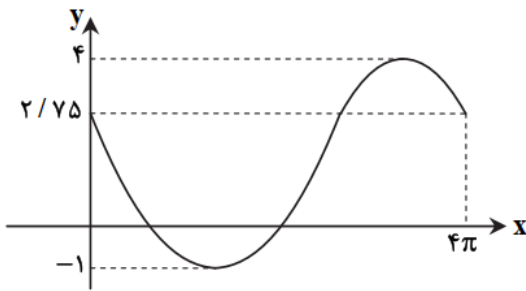
(۳) ۱۴

(۴) ۱۵

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۲۷

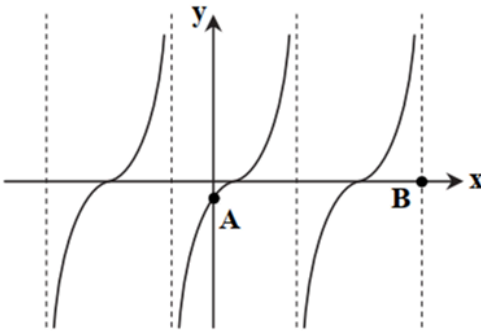
شکل روبه‌رو، قسمتی از نمودار تابع با ضابطه $f(x) = a \cos(bx - \frac{\pi}{3}) + c$ می‌باشد. مقدار $a + b + c$ کدام است؟

(۱) $-0/5$ (۲) $3/5$ (۳) $4/5$ (۴) $-1/5$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۲۸

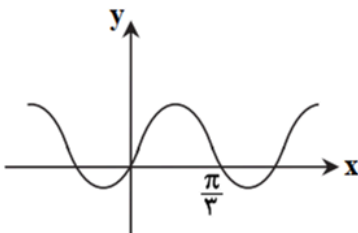
شکل روبه‌رو، نمودار تابع $f(x) = 1 - \sqrt{3} \tan(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}x)$ است. شیب پاره‌خط AB کدام است؟

(۱) $\frac{4}{13}$ (۲) $\frac{2}{5}$ (۳) $\frac{3}{11}$ (۴) $\frac{2}{7}$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۲۹

نمودار تابع $f(x) = 2 \sin(4x + b) + 1$ به شکل روبه‌رو است. اگر b عددی در بازه $[0, 2\pi)$ باشد، b کدام است؟

(۱) $\frac{11\pi}{6}$ (۲) $\frac{5\pi}{6}$ (۳) $\frac{\pi}{3}$ (۴) $\frac{2\pi}{3}$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

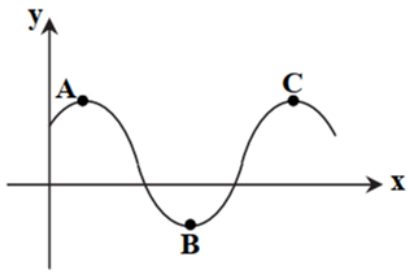
۳۰

مقدار عددی عبارت $A = 4 \sin^2 \frac{\pi}{12} - 4 \sin^2 \frac{\pi}{8}$ کدام است؟

(۴) $\sqrt{3} - 1$ (۳) $\sqrt{2} - \sqrt{3}$ (۲) $1 - \sqrt{3}$ (۱) $1 - \sqrt{2}$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۳۱ نمودار تابع $y = a \sin(bx) + 2$ به صورت مقابل است. اگر مثلث ABC متساوی الاضلاع باشد، حاصل $|a \cdot b|$ کدام است؟



- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
 (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
 (۳) $\frac{\pi\sqrt{3}}{3}$
 (۴) $\frac{\pi\sqrt{3}}{2}$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۳۲ در معادله درجه دوم $x^2 + (\tan \theta)x - 3 = 0$ اگر یکی از ریشه ها برابر ۱ و $\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{3\pi}{2}$ باشد، مقدار $\frac{\sin\left(\frac{13\pi}{2} - \theta\right) + \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \theta\right)}{1 - \tan(\theta - 5\pi)}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ (۲) $\sqrt{5}$ (۳) ۵ (۴) $\frac{3}{5}$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۳۳ اگر x و y و z زوایای داخلی مثلث ABC باشند و $\sin \frac{101\pi}{2} = \sin \frac{x-\pi}{3}$ باشد، آنگاه مقدار $\cos(x+y+z)\cos(y+z) + \sin(y+z)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{\sqrt{3}+1}$ (۲) $\frac{1}{\sqrt{3}-1}$ (۳) $\frac{1-\sqrt{3}}{2}$ (۴) $\frac{1+\sqrt{3}}{4}$

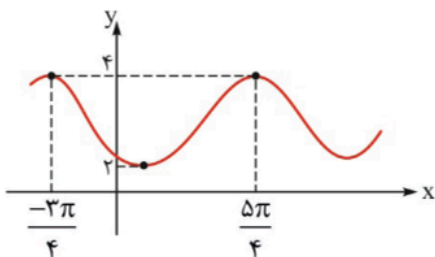
(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۳۴ در مثلث ABC می دانیم $\sin\left(\frac{A+B}{2}\right) + \cos\left(\frac{\pi-C}{2}\right) = \frac{1}{4}$ حاصل $\sin \frac{C}{2} \left(1 + \frac{1}{\cos \frac{C}{2}}\right) + \cos \frac{C}{2} \left(1 + \frac{1}{\sin \frac{C}{2}}\right)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{113}{60}$ (۲) $\frac{143}{60}$ (۳) $\frac{-113}{60}$ (۴) $\frac{-143}{60}$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۳۵ بخشی از نمودار تابع $f(x) = a + b \cos\left(cx - \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(cx + \frac{\pi}{4}\right)$ به صورت مقابل است. مقدار $\frac{ac}{b}$ کدام است؟ ($c > 0$)



- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $-\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $-\frac{2}{3}$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۳۶

مجموع جواب‌های معادله $\log_{\frac{1}{4}}(3 \sin x) + \frac{1}{4} = +\log_{\sqrt{3-\cos 2x}}$ در بازه $[0, 2\pi]$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3\pi}{4}$ (۲) $\frac{5\pi}{6}$ (۳) π (۴) $\frac{7\pi}{6}$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۳۷

اگر $\sin a$ و $\cos a$ ریشه‌های معادله $x^2 - kx + \frac{2k^2}{9} = 0$ باشند، اختلاف مقادیر ممکن برای $\cos 2a$ کدام است؟

- (۱) $0/6$ (۲) $0/9$ (۳) $1/2$ (۴) $1/5$

(مارول ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۳۸

در مثلث ABC با زوایای حاده، رابطه $\sin \frac{\hat{A} + \hat{B}}{2} - \sin \frac{\hat{C}}{2} = \frac{1}{2}$ برقرار است. حاصل $-\cot(\hat{A} + \hat{B}) - 2 \cot 2\hat{C}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{\sqrt{7}}$ (۲) $\frac{2}{\sqrt{7}}$ (۳) $\frac{3}{\sqrt{7}}$ (۴) $\frac{4}{\sqrt{7}}$

(مارول ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۳۹

اگر $\frac{\pi}{8}$ جواب معادله مثلثاتی $1 + \cos 2x = \frac{2\sqrt{a}}{\tan x}$ باشد، مجموع جواب‌های دیگر این معادله در بازه $[\pi, 2\pi]$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3\pi}{2}$ (۲) 2π (۳) $\frac{5\pi}{2}$ (۴) $\frac{3\pi}{2}$

(مارول ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۴۰

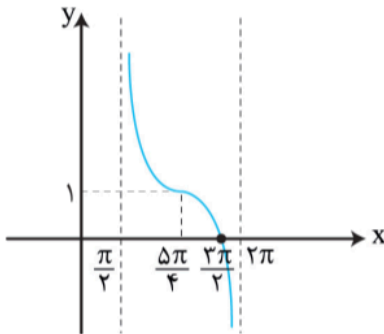
در معادله $(1 + \cos x)(1 + \cos 2x)(1 + \cos 4x) = \frac{1}{8}$ جمع جواب‌ها در $(0, 2\pi)$ کدام است؟

- (۱) 12π (۲) 14π (۳) 17π (۴) 16π

(مارول ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۴۱

شکل روبه‌رو تبدیل یافته بخشی از نمودار $y = \tan x$ است. اگر ضابطه این تابع $y = f(x)$ باشد، $f^{-1}(4)$ کدام است؟



(مارول ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

(۱) $\frac{2\pi}{3}$

(۲) $\frac{3\pi}{4}$

(۳) $\frac{5\pi}{6}$

(۴) $\frac{5\pi}{8}$

۴۲

حاصل حد $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{24}} \frac{2[4x] + \sin 4x [2 \sin 6x]}{\cos^2 x - \cos^2 x \cdot \sin^2 x - \sin^2 x}$ برابر کدام است؟

(۱) $(1 + 6\sqrt{3})(\sqrt{2} - \sqrt{3})$ (۲) $4\sqrt{2 - \sqrt{3}} + \sqrt{2\sqrt{3} - 3}$

(۳) $(11 + 3\sqrt{6})(\sqrt{2} - \sqrt{3})$ (۴) $\frac{5(\sqrt{6} - \sqrt{2})}{2}$

(مارول ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۴۳

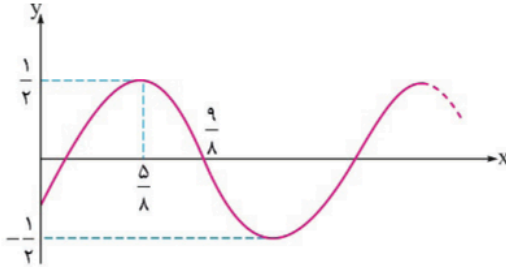
اگر $f(x) = \cos^4 x - \sin^4 x$ و $g(x) = 2x$ باشد، معادله $(f \circ g)(x) - (g \circ f)(x) = \cos^2 x$ در بازه $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ چند جواب دارد؟

- (۱) ۰ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۴۴

شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a \sin(bx - c)$ را نشان می‌دهد. اگر $a > 0$ ، $b > 0$ و $0 < c < \pi$ باشند، مقدار $\frac{ab}{c}$ کدام است؟



- (۱) ۴ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{\pi}$ (۴) 2π

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۴۵

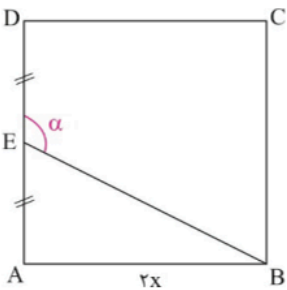
تابع $y = |ax + b|$ از دو نیم‌خط تشکیل شده که زاویه بین آن‌ها 60° است. اگر مساحت مثلثی که این نمودار با محورهای مختصات می‌سازد، برابر $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ باشد، $\sqrt[3]{ab}$ کدام است؟ ($a, b > 0$)

- (۱) ۱ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) $\sqrt[3]{2}$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۴۶

در مربع مقابل، نقطه E وسط ضلع AD قرار دارد. مقدار $\frac{\sin 2\alpha - \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)}{1 + \cot\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right)}$ کدام است؟



- (۱) $\frac{\sqrt{5} + 4}{15}$ (۲) $\frac{4 - \sqrt{5}}{15}$ (۳) $\frac{5 + 4\sqrt{5}}{15\sqrt{5}}$ (۴) $\frac{\sqrt{5} - 4}{15}$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۴۷

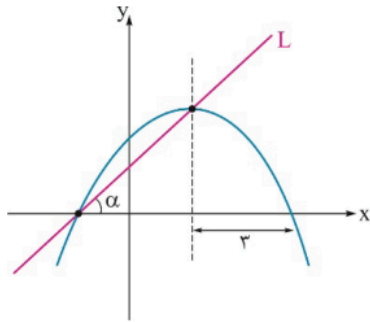
مجموع جواب‌های معادله $\frac{2 - \sin^2 x}{\cos\left(\frac{13\pi}{2} - x\right) + 2\cos(2\pi - x)} = \cos x$ در بازه $[0, 2\pi]$ کدام است؟

- (۱) 5π (۲) 3π (۳) $\frac{9\pi}{2}$ (۴) $\frac{5\pi}{4}$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۴۸

در شکل مقابل، خط L و سهمی به معادله $y = -x^2 + 4x + m$ در دو نقطه متقاطع‌اند. حاصل $\tan(\pi + \alpha) - \cos\left(\frac{3\pi}{2} + 2\alpha\right)$ کدام است؟



(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

(۱) ۴

(۲) $\frac{12}{5}$ (۳) $\frac{7}{2}$

(۴) ۳

۴۹

تعداد جواب‌های معادله $\log\left(\frac{\sin x + \cos x}{2}\right) = \frac{\log^{\sin x} + \log^{\cos x}}{2}$ در بازه $[0, 2\pi]$ کدام است؟

(۴) ۳

(۳) ۲

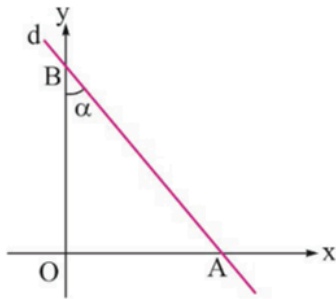
(۲) ۱

(۱) ۰

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۵۰

در شکل مقابل، اگر $B(0, 3)$ و $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$ باشد، معادله خط d کدام است؟

(۱) $2y + \sqrt{14}x = 6$ (۲) $2y - \sqrt{14}x = 6$ (۳) $y + \sqrt{7}x = 3$ (۴) $y - \sqrt{7}x = 3$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۵۱

در معادله درجه دوم $x^2 + (\tan \theta)x - 3 = 0$ اگر یکی از ریشه‌ها برابر ۱ باشد، مقدار $\sin\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)\cos\left(2\theta - \frac{\pi}{2}\right)$ کدام است؟

(۴) $\pm \frac{2\sqrt{5}}{25}$ (۳) $\pm \frac{4\sqrt{5}}{25}$ (۲) $-\frac{4\sqrt{5}}{5}$ (۱) $\frac{4\sqrt{5}}{5}$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۵۲

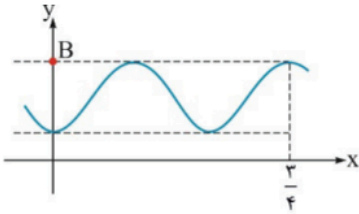
حاصل عبارت $(2\sin 4x + \sqrt{2}\sin x - \sqrt{2}\cos x)$ به‌ازای $x = \frac{\pi}{8}$ کدام است؟

(۴) $2\sqrt{2} + 1$ (۳) $2\sqrt{2}$ (۲) $2 + \sqrt{1 + \sqrt{2}}$ (۱) $2 - \sqrt{2} - \sqrt{2}$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۵۳

قسمتی از نمودار تابع $f(x) = 2 - \cos^2 ax - \sin^4 ax$ به صورت مقابل است. $f(2B)$ کدام است؟



$$\frac{10}{8} \quad (2)$$

(۱) ۲

$$\frac{1}{2} \quad (4)$$

(۳) ۱

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۵۴

حاصل عبارت $\frac{\cos^2 10^\circ - \cot^2 10^\circ}{\sin^2 10^\circ - \tan^2 10^\circ}$ برابر با کدام گزینه است؟

$$\cos^4 10^\circ \quad (2)$$

$$\sin^4 10^\circ \quad (1)$$

$$\cot^6 10^\circ \quad (4)$$

$$\tan^6 10^\circ \quad (3)$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۵۵

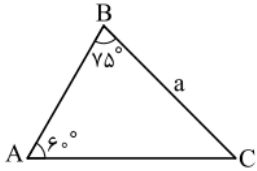
با توجه به شکل، مساحت مثلث ABC چند برابر a^2 است؟

$$\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{6} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{4} \quad (1)$$

$$\frac{3 + \sqrt{3}}{12} \quad (4)$$

$$\frac{3 + \sqrt{3}}{8} \quad (3)$$



(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۵۶

معادله $\cos x \cos 2x \cos 4x = \frac{1}{8}$ در فاصله $[0, 2\pi]$ چند جواب دارد؟

$$18 \quad (4)$$

$$17 \quad (3)$$

$$14 \quad (2)$$

$$13 \quad (1)$$

(مارول ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۵۷

اگر $\frac{1}{\cos x} - \tan x = \frac{1}{3}$ ، آنگاه حاصل $\frac{1}{\sin x} - \cot x$ کدام است؟

$$1 \quad (4)$$

$$0/75 \quad (3)$$

$$0/5 \quad (2)$$

$$0/25 \quad (1)$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۵۸

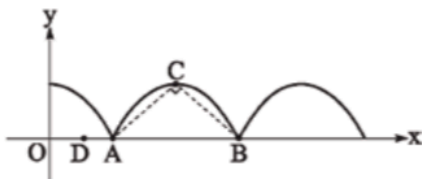
بخشی از نمودار $f(x) = k|\cos x|$ رسم شده است. اگر مثلث ABC قائم الزاویه باشد و $OD = 2DA$ ، آنگاه مقدار تابع $y = \left(\frac{f \circ f}{\pi}\right)^2(x)$ به ازای طول نقطه D کدام است؟

$$\frac{1}{8} \quad (2)$$

$$\frac{1}{4} \quad (1)$$

$$4 \quad (4)$$

$$8 \quad (3)$$



(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۵۹

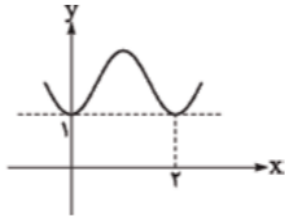
بخشی از نمودار $f(x) = a - \cos^2 \pi b x$ رسم شده است. حاصل $f(\frac{1}{3})$ کدام است؟

(۲) $1/75$

(۱) $0/75$

(۴) $2/25$

(۳) $1/25$



(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۶۰

اگر $\sin^2 2x - \cos^2 2x = 0/8$ ، حاصل $\sin^6 x + \cos^6 x$ کدام است؟

(۴) $\frac{5}{8}$

(۳) $\frac{3}{8}$

(۲) $\frac{13}{40}$

(۱) $\frac{11}{40}$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۶۱

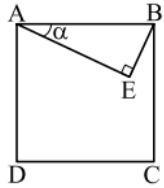
مطابق شکل، چهارضلعی ABCD مربع و مساحت آن ۸ برابر مساحت مثلث ABE است. مقدار عددی $\cot \alpha$ کدام می‌تواند باشد؟

(۲) $2 + \sqrt{3}$

(۱) $4 - \sqrt{3}$

(۴) $3 - \sqrt{2}$

(۳) $3 + 2\sqrt{2}$



(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۶۲

مجموعه جواب معادله $1 + \tan x = 2 \sin 2x$ ، به صورت $\{x \in \mathbb{R} \mid x = k\pi + \frac{i\pi}{\lambda}, k \in \mathbb{Z}, i \in A\}$ است. مجموعه A حداقل چند عضو دارد؟

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۵

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۶۳

تعداد جواب‌های متمایز معادله $12 \cos^2 x + \tan^2 x = 3 + 4 \sin^2 x$ در بازه $(0, 2\pi)$ کدام است؟

(۴) ۱۲

(۳) ۶

(۲) ۴

(۱) ۸

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۶۴

اگر α کوچک‌ترین ریشه مثبت معادله مثلثاتی $\frac{\tan 2x + \cot x}{\cos^2 x} = 8$ باشد، آن‌گاه حاصل $\cos 6\alpha + \sqrt{3} \sin 6\alpha$ کدام است؟

(۴) $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{3}}{2}$

(۳) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

(۲) $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{2}$

(۱) $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۶۵

مطابق شکل، بخشی از نمودار تابع $y = c - 2 \cos(\pi + x)$ رسم شده است. مثلث PSR قائم‌الزاویه

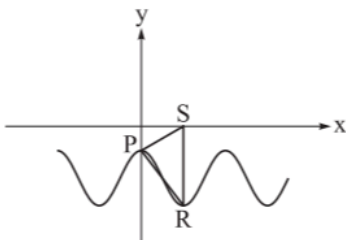
و SR موازی با محور y‌هاست. عرض نقطه P کدام است؟

(۲) $\frac{\pi}{2}$

(۱) $-\frac{\pi^2}{4}$

(۴) $\frac{4 - \pi^2}{4}$

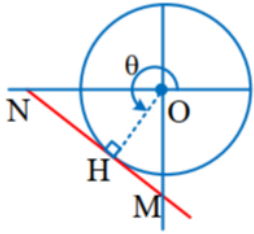
(۳) $\frac{\pi - 4}{2}$



(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۶۶

با توجه به شکل، در دایره مثلثاتی، اگر طول پاره خط HM برابر $\frac{5}{4}$ باشد، $\tan\left(2\theta - \frac{3\pi}{4}\right)$ کدام است؟



- (۱) $-\frac{3}{4}$
(۲) $\frac{4}{3}$
(۳) $\frac{3}{4}$
(۴) $-\frac{4}{3}$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۶۷

هرگاه $\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)\cos\left(\alpha + \frac{5\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}$ مقدار $\cos 2\alpha$ چه عددی می تواند باشد؟

- (۱) ۱
(۲) $-\frac{1}{2}$
(۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
(۴) صفر

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۶۸

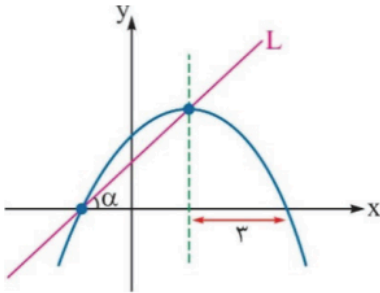
اگر $\cos 2x = 3 \sin^4 x$ باشد، حاصل $\tan^2 x$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$
(۲) ۲
(۳) $\frac{1}{3}$
(۴) ۳

(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۶۹

در شکل مقابل، خط L و سهمی به معادله $y = -x^2 + 4x + m$ در دو نقطه متقاطع اند. حاصل $\tan(\pi + \alpha) - \cos\left(\frac{3\pi}{2} + 2\alpha\right)$ کدام است؟

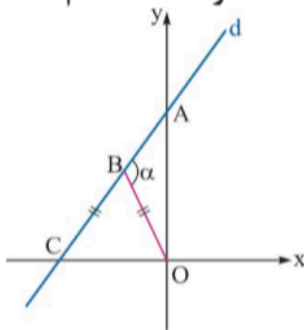


- (۱) $1/8$
(۲) $2/1$
(۳) $2/4$
(۴) $2/7$

(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۷۰

در شکل مقابل، معادله خط d به صورت $4x - 3y + 24 = 0$ است. اگر $BC = BO$ باشد، مقدار $\tan \alpha$ کدام است؟



- (۱) $\frac{24}{7}$
(۲) $-\frac{24}{7}$
(۳) $\frac{12}{7}$
(۴) $-\frac{12}{7}$

(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۷۱

کمترین فاصله بین دو مقدار از جواب های معادله $2\cos^2 3x - 7\cos 3x + 3 = 0$ در بازه $(0, \pi)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2\pi}{3}$
(۲) $\frac{4\pi}{9}$
(۳) $\frac{2\pi}{9}$
(۴) $\frac{\pi}{3}$

(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۷۲

مجموع جواب‌های معادله مثلثاتی $\frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan x$ در بازه $[0, 2\pi]$ کدام است؟

- (۱) 2π (۲) $\frac{5\pi}{2}$ (۳) 3π (۴) $\frac{9\pi}{2}$

(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۷۳

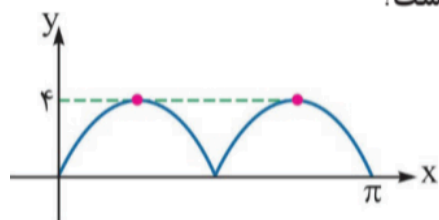
تعداد جواب‌های معادله $\log_{\sin x}^{\cos x} + \log_{\cos x}^{\sin x} = 2$ در بازه $[0, 2\pi]$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۷۴

قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a\sqrt{1 - \cos^2 bx}$ به صورت مقابل است. مقدار $a^2 b^2$ کدام است؟



- (۱) ۱۶
(۲) ۲۰
(۳) ۳۲
(۴) ۳۶

(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۷۵

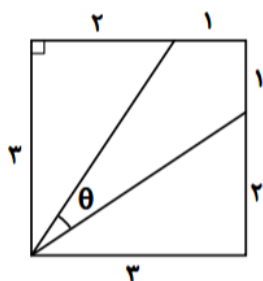
اگر $\frac{2}{\sin x} + \frac{3}{\cos x} = 0$ ، مقدار $\tan x + \cot x$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{6}$ (۲) $-\frac{13}{6}$ (۳) $\frac{1}{6}$ (۴) $\frac{13}{6}$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۷۶

با توجه به شکل روبه‌رو، $\sin \theta$ کدام است؟



- (۱) $\frac{5}{13}$
(۲) $\frac{8}{13}$
(۳) $\frac{5}{17}$
(۴) $\frac{8}{17}$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۷۷

نمودار تابع $f(x) = 1 + \sin(x + \frac{\pi}{4})$ را در بازه $[0, 2\pi]$ در نظر بگیرید. خط $y = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$ در چند نقطه از این بازه نمودار تابع $f(x)$ را قطع می‌کند؟

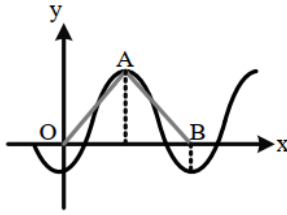
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۷۸

قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a \cos\left(\frac{\pi}{a-1}x\right) + 1$ رسم شده است. اگر مساحت مثلث OAB برابر ۹ باشد، $f(2)$ چقدر

است؟



(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) -۱

(۴) ۲

(ماز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۷۹

اگر α زاویه‌ای حاده و $1 \cdot \cos 2\alpha - 1 \cdot \tan \alpha = 1$ باشد، مقدار $\sin 2\alpha$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{3}{5}$ (۴) $\frac{4}{5}$

(ماز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۸۰

اگر $\tan \frac{\pi}{9} = a$ باشد، حاصل عبارت $A = \frac{2 \sin \frac{10\pi}{9} + 5 \cos \frac{8\pi}{9}}{\sin \frac{7\pi}{18} + \sin \frac{11\pi}{18}}$ بر حسب a کدام است؟

(۱) $\frac{3}{2}a + \frac{5}{2}$ (۲) $-\frac{3}{2}a - \frac{5}{2}$ (۳) $\frac{3}{2}a - \frac{5}{2}$ (۴) $-\frac{3}{2}a + \frac{5}{2}$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۸۱

دامنه‌ی تابع $f(x) = \frac{\tan\left(\frac{\pi + \pi x}{2}\right)}{\sqrt{4-x^2}}$ شامل a بازه به طول b است. دوره تناوب تابع $g(x) = \cos ax - 2b \cos x + 3$ کدام است؟

(۱) π (۲) 2π (۳) $\frac{\pi}{2}$ (۴) 4π

(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۸۲

محیط شکل حاصل از وصل کردن انتهای جواب‌های معادله $\sin 2x + \sin\left(\frac{5\pi}{2} + x\right) = 0$ روی دایره مثلثاتی کدام است؟

(۱) $2\sqrt{3}$ (۲) $2\sqrt{3} - 2$ (۳) $2\sqrt{3} + 2$ (۴) $\sqrt{3} - 2$

(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۸۳

هرگاه $\sin^2 x + 6 \cos^2 x = 5 \sin^2 x \cos^2 x$ و انتهای کمان x در ناحیه اول باشد، بیشترین مقدار $\tan x + \cot x$ کدام است؟

(۱) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ (۲) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ (۳) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ (۴) $\frac{4\sqrt{2}}{3}$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۸۴

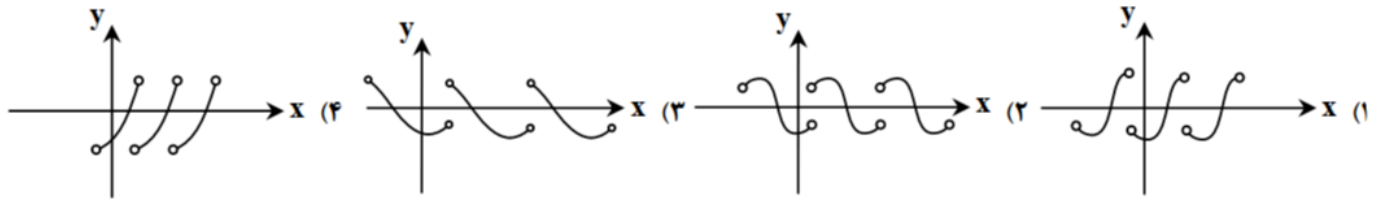
با فرض آن که $-\frac{\pi}{6} < \alpha < \frac{\pi}{3}$ و $\cos\left(2\alpha - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{2m-1}{4}$ ، حدود m کدام است؟

(۱) $\left[-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right]$ (۲) $\left[-\frac{2}{5}, 1\right]$ (۳) $\left[-\frac{1}{2}, 1\right]$ (۴) $\left[-\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right]$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۸۵

نمودار تابع $y = \frac{\sin x \cos x - \cos^2 x}{|\sin x - \cos x|}$ در کدام گزینه به درستی رسم شده است؟



(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۸۶

اگر بیشترین مقدار تابع $f(x) = \left| a + 6 \sin \frac{\pi}{3} x \right| + 2a$ برابر ۱۵ باشد، برای a چند مقدار متمایز به دست می آید؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) هیچ

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۸۷

اگر $90^\circ < x < 180^\circ$ ، مقدار $A = \sqrt{1 + 2\sqrt{\sin^2 x - \sin^4 x}}$ کدام است؟

- (۱) $\sin x + \cos x$ (۲) $\sin x - \cos x$ (۳) $\cos x - \sin x$ (۴) $-(\sin x + \cos x)$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۸۸

اگر α در ربع اول یا دوم باشد، حاصل عبارت $A = \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{1 - \cos \alpha}} - \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}}$ کدام است؟

- (۱) $-2 \tan \alpha$ (۲) $-2 \cot \alpha$ (۳) $2 \tan \alpha$ (۴) $2 \cot \alpha$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۸۹

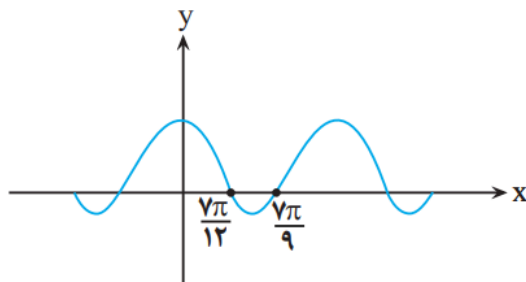
اگر $\frac{1}{\cos x} - \tan x = \Delta \cos x$ ، $\tan x < 0$ باشد، حاصل $\cos x$ کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{5}$
(۲) $-\frac{4}{5}$
(۳) $\frac{3}{5}$
(۴) $-\frac{3}{5}$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۹۰

در شکل مقابل، قسمتی از نمودار $y = a \cos bx + c$ رسم شده است. دوره تناوب این تابع کدام است؟



- (۱) $\frac{7\pi}{36}$
(۲) $\frac{49\pi}{36}$
(۳) $\frac{7\pi}{18}$
(۴) $\frac{49\pi}{18}$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۹۱

کدام یک از انتقال‌های زیر نمودار $f(x) = \sin(x - \frac{\pi}{4})$ را به نمودار $g(x) = -\cos x$ تبدیل نمی‌کند؟

(۱) $\frac{3\pi}{4}$ انتقال به سمت چپ، سپس قرینه نسبت به محور Xها

(۲) قرینه نسبت به محور Yها، سپس $\frac{\pi}{4}$ انتقال به سمت چپ

(۳) $\frac{\pi}{4}$ انتقال به سمت راست

(۴) $\frac{3\pi}{4}$ انتقال به سمت راست، سپس قرینه نسبت به محور Xها

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۹۲

اندازه کدام یک از گزینه‌های زیر بزرگتر است؟

(۱) $|\cos 2\text{rad}|$

(۲) $|\cos 15^\circ|$

(۳) $|\cos 4\text{rad}|$

(۴) $|\cos \frac{7\pi}{9} \text{rad}|$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۹۳

اگر x و y دو زاویه حاده باشند و $x + y = \frac{\pi}{4}$ ، حاصل عبارت $A = \tan(3x + 2y) \times \tan(5x + 4y)$ کدام است؟

(۱) 1 (۲) $-\tan^2 x$ (۳) $\tan^2 x$ (۴) -1

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۹۴

تابع متناوب f با دوره تناوب $T=3$ را در نظر بگیرید به طوری که ضابطه آن در بازه $x \in [-4, -3]$ به صورت $y = x + 4$ ، در بازه $x \in [0, 1]$ به صورت $y = 1$ و در بازه $x \in [4, 5]$ به صورت $y = -x + 5$ است. مساحت ناحیه محصور به منحنی f و محور Xها در $[8, 14]$ چقدر است؟

(۱) ۴

(۲) ۳

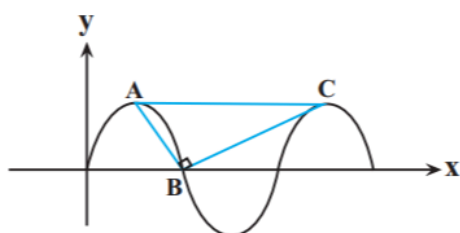
(۳) ۲

(۴) ۱

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۹۵

در شکل مقابل قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin(\frac{\pi}{4}x)$ رسم شده است. به ازای کدام مقدار a مثلث ABC قائم‌الزاویه است؟



(۱) $\sqrt{2}$

(۲) ۲

(۳) $\sqrt{3}$

(۴) ۳

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۹۶

در مثلث ABC ، $BC = 2$ و $\hat{B} = 15^\circ$ است. پاره خط AC روی خط $y = K$ و پاره خط AB روی خط $y = x + \sqrt{4}$ واقع است. طول پاره خط AC کدام است؟

$$\sqrt{3} - \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (1)$$

$$\sqrt{5} - \sqrt{2} \quad (2)$$

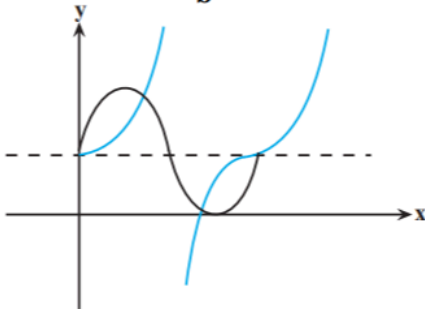
$$\sqrt{3} - 1 \quad (3)$$

$$\sqrt{5} - \sqrt{3} \quad (4)$$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۹۷

نمودار توابع $f(x) = 2\sin(ax) + m$ و $g(x) = \tan(bx) + n$ به شکل های زیر می باشند. مقدار $\frac{(2m-n)a}{b}$ کدام است؟



$$2 \quad (1)$$

$$1 \quad (2)$$

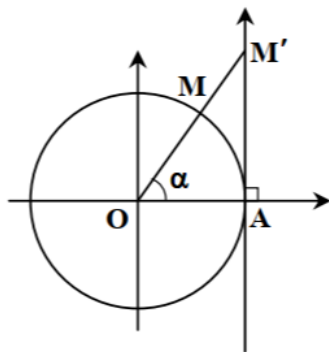
$$4 \quad (3)$$

$$\frac{1}{2} \quad (4)$$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۹۸

در دایره مثلثاتی روبه رو، AM' بر محور افقی عمود است. نسبت $\frac{AM'}{MM'}$ بر حسب α کدام است؟



$$\frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha} \quad (1)$$

$$\frac{\cos \alpha}{1 - \sin \alpha} \quad (2)$$

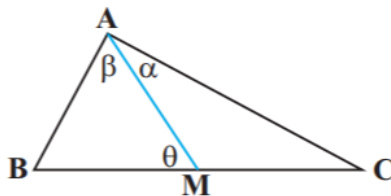
$$\frac{\cos \alpha}{1 - \cos \alpha} \quad (3)$$

$$\frac{\sin \alpha}{1 - \sin \alpha} \quad (4)$$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۹۹

در شکل زیر M وسط ضلع BC است. اگر $\tan \alpha = \frac{2}{3}$ و $\tan \beta = \frac{5}{4}$ ، مقدار $\tan \theta$ به کدام عدد صحیح نزدیک تر است؟



$$0 \quad (1)$$

$$1 \quad (2)$$

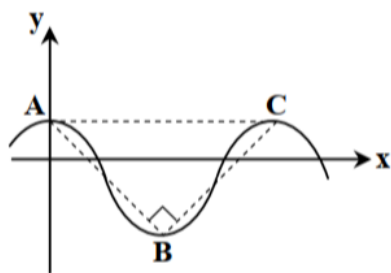
$$2 \quad (3)$$

$$3 \quad (4)$$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۱۰۰

نمودار تابع $y = 4\cos(bx) - 3$ به صورت زیر است. اگر مثلث ABC در رأس B قائم‌الزاویه باشد، مقدار b کدام است؟



$$\pm \frac{1}{16} \quad (1)$$

$$\pm \frac{1}{8} \quad (2)$$

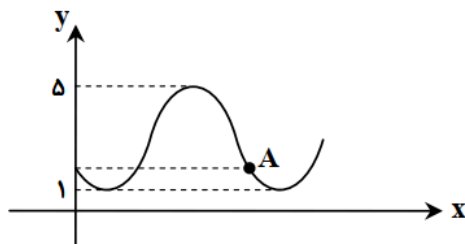
$$\pm \frac{\pi}{16} \quad (3)$$

$$\pm \frac{\pi}{8} \quad (4)$$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۱۰۱

شکل مقابل نمودار تابع $y = a\sin(\pi(\frac{1}{6} + x)) + c$ است. حاصل ضرب طول و عرض نقطه A کدام است؟



$$8 \quad (1)$$

$$2 \quad (2)$$

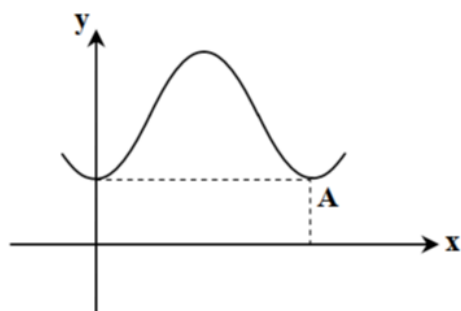
$$6 \quad (3)$$

$$4 \quad (4)$$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۱۰۲

قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a + \sin^2 b\pi x$ در شکل مقابل آمده است. اگر A نقطه‌ای روی نمودار f باشد، کدام نقطه روی نمودار f خواهد بود؟



$$(\frac{2}{3}, \frac{4}{3}) \quad (1)$$

$$(\frac{2}{3}, \frac{3}{4}) \quad (2)$$

$$(\frac{5}{4}, \frac{3}{4}) \quad (3)$$

$$(\frac{5}{4}, \frac{3}{2}) \quad (4)$$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۱۰۳

تعداد جواب‌های معادله مثلثاتی $\cos^2 3x + \cos^2 x = 1$ در بازه $(0, \pi)$ کدام است؟

$$8 \quad (4)$$

$$6 \quad (3)$$

$$4 \quad (2)$$

$$7 \quad (1)$$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۱۰۴

حاصل عبارت $A = \sqrt{2-\sqrt{2}} \cos 22\frac{1}{2}^\circ + \sqrt{2-\sqrt{3}} \cos 15^\circ$ کدام است؟

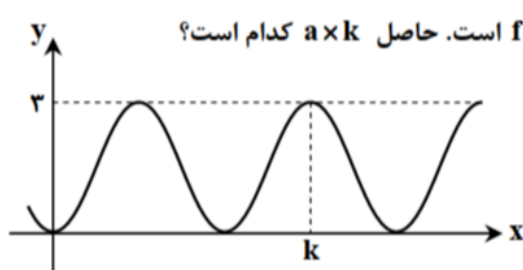
$$\frac{\sqrt{3}+1}{2} \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{2}+1}{2} \quad (3)$$

$$\frac{\sqrt{2}-1}{2} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{6}-1}{2} \quad (1)$$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)



۱۰۵. شکل روبه‌رو، نمودار تابع $f(x) = a \sin^2 x \cos^2 x$ است. حاصل $a \times k$ کدام است؟

(۱) 6π (۲) 9π (۳) 12π (۴) 18π

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۱۰۶. اگر $x = \frac{\pi}{3}$ یکی از جواب‌های معادله مثلثاتی $\sin x + k \cos x = 1 + \sin 2x$ باشد، اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین جواب معادله در

بازه $(0, 2\pi)$ کدام است؟(۱) $\frac{5\pi}{3}$ (۲) $\frac{4\pi}{3}$ (۳) $\frac{5\pi}{6}$ (۴) $\frac{2\pi}{4}$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۱۰۷. اگر α و β کوچک‌ترین جواب مثبت معادلات $10 \sin x = 8$ و $10 \sin x = \sqrt{10}$ باشند، حاصل $\tan(\alpha + \beta)$ کدام است؟

(۱) ۲

(۲) -۲

(۳) ۳

(۴) -۳

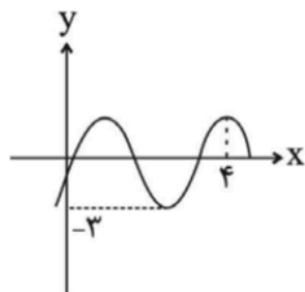
(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۱۰۸. اگر $\tan x = \sqrt{7}$ باشد، حاصل $\sqrt{\frac{1-\sin x}{1+\sin x}} - \sqrt{\frac{1+\sin x}{1-\sin x}}$ کدام است؟ $(0 < x < \frac{\pi}{2})$

(۱) $-\sqrt{7}$ (۲) $-\frac{\sqrt{7}}{2}$ (۳) $-2\sqrt{7}$ (۴) $-3\sqrt{7}$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۱۰۹. اگر نمودار $y = b \sin \pi(\alpha x - 1) - 1$ به صورت مقابل باشد، حاصل $\frac{\alpha}{b}$ برابر کدام می‌تواند باشد؟

(۱) $-\frac{3}{8}$ (۲) $-\frac{1}{4}$ (۳) $-\frac{5}{16}$ (۴) $-\frac{7}{6}$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۱۱۰ با فرض $\cos 53^\circ = 4/5$ ، مقدار $\cos 32^\circ$ چقدر است؟

- (۱) $5/8426$
 (۲) $5/8432$
 (۳) $5/8562$
 (۴) $5/8672$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۱۱۱ معادله $\frac{1}{2} = 8\cos^4 x - 8\cos^2 x + 1$ روی بازه $[0, 2\pi]$ چند ریشه دارد؟

- (۱) ۴
 (۲) ۶
 (۳) ۸
 (۴) ۱۰

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۱۱۲ اگر $x = 2k\pi - \frac{3\pi}{2}$ یک دسته از جواب‌های معادله $3\sin x + \cos 2x = k$ باشد، مساحت شکل حاصل از وصل کردن تمام

جواب‌های این معادله بر روی دایره مثلثاتی کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{8}$
 (۲) $\frac{\sqrt{3}}{4}$
 (۳) $\frac{2-\sqrt{3}}{2}$
 (۴) $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{4}$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۱۱۳ اگر $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{\sqrt{15}}{3}$ باشد، حاصل عبارت $\sin^2 \alpha + \cos^4 \alpha$ کدام است؟

- (۱) $\frac{8}{9}$ (۲) $\frac{7}{9}$ (۳) $\frac{5}{9}$ (۴) $\frac{4}{9}$

(خیلی سبز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۱۱۴ اگر $90^\circ < \theta < 135^\circ$ و $(1 + \cos \theta)(1 + \sin \theta) = \frac{32}{25}$ باشد، حاصل $\tan \theta + \cot \theta$ کدام است؟

- (۱) $\frac{25}{4}$ (۲) $-\frac{25}{4}$ (۳) $\frac{25}{8}$ (۴) $-\frac{25}{8}$

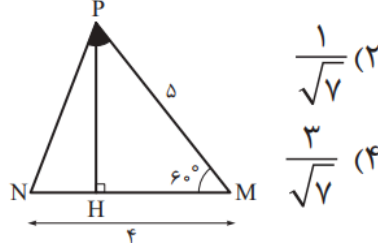
(خیلی سبز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۱۱۵ اگر $\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{7}{9}$ و $135^\circ < x < 180^\circ$ باشد، حاصل عبارت $A = \frac{1}{\sin^3 x + \cos^3 x}$ چند برابر $\sqrt{3}$ است؟

- (۱) $-\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{2}$

(خیلی سبز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۱۱۶ در مثلث شکل زیر، اندازه $\sin \hat{MPN}$ کدام است؟ ($\hat{M} = 6^\circ$, $MN = 4$, $MP = 5$)



- (۱) $\sqrt{\frac{3}{7}}$ (۲) $\frac{1}{\sqrt{7}}$ (۳) $\frac{2}{\sqrt{7}}$ (۴) $\frac{3}{\sqrt{7}}$

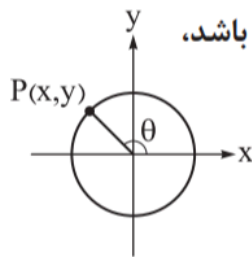
(خیلی سبز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۱۱۷ اگر $\tan x = \sqrt[3]{3}$ باشد، حاصل $\frac{\tan^2 x - \sin^2 x}{\cot^2 x - \cos^2 x}$ کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

(خیلی سبز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

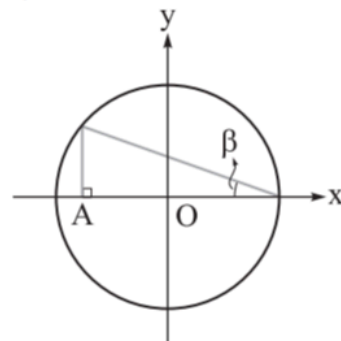
۱۱۸ با توجه به دایره مثلثاتی، اگر $\frac{\tan \theta}{\sqrt{1 + \tan^2 \theta}} + \frac{\cot \theta}{\sqrt{1 + \cot^2 \theta}} = -1/25$ باشد، مقدار $\left[\frac{1}{xy} \right]$ کدام است؟ ($[]$ ، نماد جزء صحیح است).



- (۱) -۴ (۲) -۵ (۳) -۶ (۴) -۷

(خیلی سبز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۱۱۹ در دایره مثلثاتی شکل مقابل، $OA = \frac{5}{\sqrt{29}}$ است. حاصل $\tan 2\beta + \cot 2\beta$ کدام است؟



- (۱) $\frac{25}{12}$ (۲) $\frac{34}{15}$ (۳) $3/6$ (۴) $2/9$

(خیلی سبز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۱۲۰ تابع $f(x) = 2 \sin(a\pi x - \frac{\pi}{4})$ با دوره تناوب ۶، روی بازه $(\frac{5}{4}, b)$ اکیداً یکنوا است. اگر a عددی مثبت باشد،

بیشترین مقدار b کدام است؟

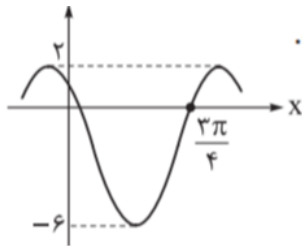
۵ (۴)

$\frac{11}{2}$ (۳)

$\frac{21}{4}$ (۲)

$\frac{23}{4}$ (۱)

(خیلی سبز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)



بخشی از نمودار تابع $f(x) = a \cos(bx + \frac{\pi}{6}) + c$ در شکل مقابل رسم شده است.

حاصل $\frac{a+b}{c}$ کدام است؟

۲ (۲)

۳ (۴)

-۲ (۱)

-۳ (۳)

(خیلی سبز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۱۲۱ تابع $f(x) = \frac{\tan 3x}{1 - \tan^2 3x}$ در بازه $(\frac{2\pi}{3}, \alpha)$ اکیداً صعودی است، حداکثر مقدار α کدام است؟

$\frac{53\pi}{12}$ (۴)

$\frac{25\pi}{6}$ (۳)

$\frac{13\pi}{3}$ (۲)

$\frac{3\pi}{4}$ (۱)

(خیلی سبز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۱۲۲ اگر $\frac{\cos 2x}{\tan x - \cot x} = \frac{3}{8}$ باشد، مقدار $4 + 3 \tan x$ کدام است؟

$\pm 2\sqrt{2}$ (۴)

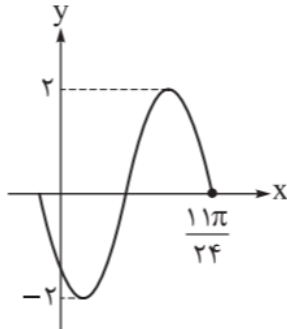
$\pm \sqrt{5}$ (۳)

$\pm \sqrt{7}$ (۲)

$\pm \sqrt{3}$ (۱)

(خیلی سبز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۱۲۳ قسمتی از نمودار تابع $f(x) = c + a \cos^2(bx + \frac{\pi}{6})$ رسم شده است. حاصل $c + ab$ کدام است؟



$-\frac{34}{11}$ (۱)

$\frac{23}{11}$ (۲)

-۶ (۳)

۱۰ (۴)

(خیلی سبز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۱۲۴ معادله $\sin 2nx + \cos nx = 0$ در بازه $(0, \pi)$ ، ۵ ریشه دارد. عدد طبیعی n کدام است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

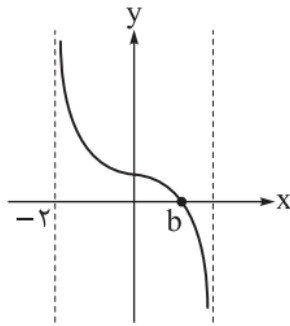
۳ (۲)

۲ (۱)

(خیلی سبز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

نمودار تابع $y = 1 + \tan\left(\frac{a\pi}{2}x\right)$ به صورت زیر است. دوره تناوب تابع $y = a - b \cos\left(\frac{\pi}{a-b}x\right)$ کدام است؟

۱۲۶



(۱) $\frac{4}{3}$

(۲) $\frac{3}{2}$

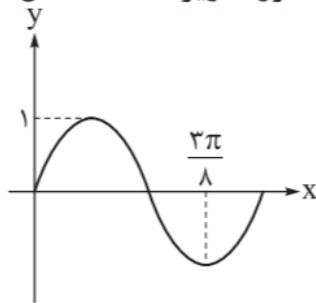
(۳) ۳

(۴) ۶

(خیلی سبز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

بخشی از نمودار تابع $f(x) = c + a \cos^2\left(bx - \frac{\pi}{4}\right)$ در یک دوره تناوب آن به صورت زیر است. حاصل $c + ab$ کدام است؟ ($b > 0$)

۱۲۷



(۱) ۵

(۲) ۴

(۳) ۲

(۴) ۳

(خیلی سبز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

مجموع جواب‌های معادله $\sin(3\pi \cos x) = 0$ در بازه $[0, 2\pi]$ کدام است؟

۱۲۸

(۴) 11π

(۳) 12π

(۲) 13π

(۱) 14π

(خیلی سبز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

اگر θ زاویه‌ای حاده باشد و $\cos \theta \cos 2\theta = \frac{1}{4}$ ، آن‌گاه مقدار $\sin \theta$ کدام است؟

۱۲۹

(۴) $\frac{10 - 2\sqrt{5}}{2}$

(۳) $\frac{\sqrt{10 - 2\sqrt{5}}}{4}$

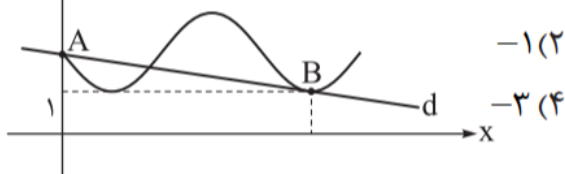
(۲) $\frac{5 - \sqrt{5}}{2}$

(۱) $\frac{\sqrt{5 - \sqrt{5}}}{4}$

(خیلی سبز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a + b \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$ رسم شده است. اگر شیب خط d برابر $\frac{-3}{14\pi}$ باشد، مقدار $a - b$ کدام است؟

۱۳۰



(۲) -۱

(۴) -۳

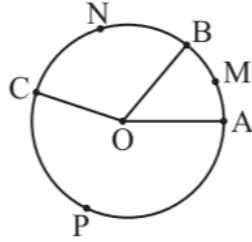
(۱) ۱

(۳) ۳

(خیلی سبز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

دایره‌ای به مرکز O و شعاع ۹ رسم و شش نقطه روی آن مشخص شده‌اند. اگر اندازه کمان BNC 40° بیشتر از

۱۳۱



اندازه کمان AMB و نصف اندازه کمان CPA باشد. طول کمان BNC کدام است؟

(۲) 6π

(۱) 5π

(۴) 8π

(۳) 7π

(خیلی سبز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \frac{x \cos(\pi + \alpha) + \cot \alpha}{\cot(\frac{3\pi}{2} - \alpha) - x}$ محور x ها را با طول ۳ قطع می‌کند. عرض نقطه تقاطع آن با

۱۳۲

محور y ها کدام است؟

(۴) -8

(۳) $-\frac{1}{8}$

(۲) 8

(۱) $\frac{1}{8}$

(خیلی سبز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

اگر $\cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \frac{\sqrt{7}}{3}$ باشد، مقدار $\cot 2\alpha$ کدام می‌تواند باشد؟

۱۳۳

(۱) $\frac{\sqrt{56}}{9}$

(۲) $\frac{9}{5}$

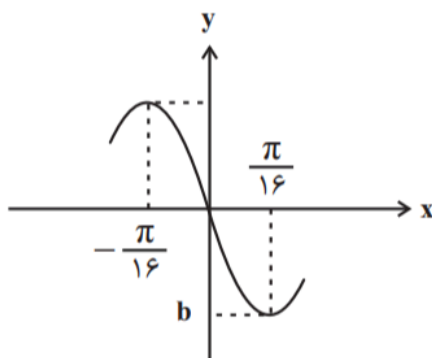
(۳) $\frac{5}{9}$

(۴) $\frac{\sqrt{56}}{5}$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

قسمتی از نمودار تابع $f(x) = \cos^5 ax \sin ax - \sin^5 ax \cos ax$ به صورت زیر است. حاصل $a - b$ کدام است؟

۱۳۴



(۱) $-\frac{7}{4}$

(۲) $\frac{7}{4}$

(۳) $-\frac{9}{4}$

(۴) $\frac{9}{4}$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۱۳۵

انتهای کمان‌های جواب‌های معادله $2\sin^2 x + \sin^2 2x = 2$ روی دایره مثلثاتی تشکیل یک چندضلعی محدب می‌دهند. مساحت این چندضلعی کدام است؟

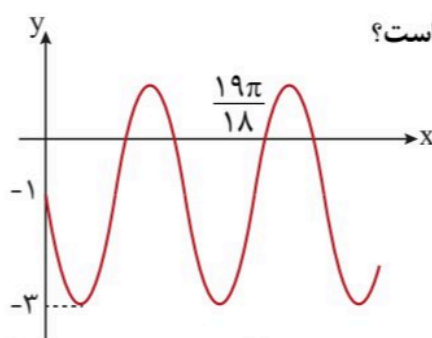
(۱) $1 + \sqrt{2}$

(۲) $2 + \sqrt{2}$

(۳) $\frac{1 + \sqrt{2}}{2}$

(۴) $1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)



شکل مقابل نمودار تابع $f(x) = a + 2b \sin \frac{cx}{2} \cos \frac{cx}{2}$ می‌باشد. مقدار $f(\frac{4\pi}{9})$ کدام است؟

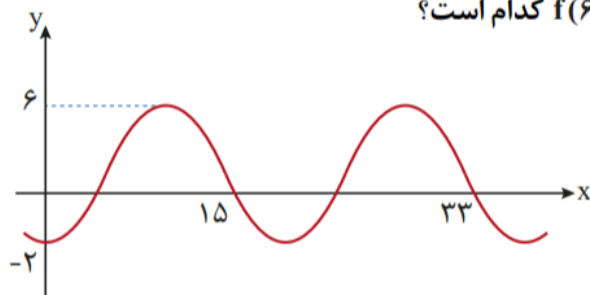
(۲) -2

(۴) $-1 - \sqrt{3}$

(۱) صفر

(۳) $-1 + \sqrt{3}$

(دیار ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)



شکل مقابل، نمودار تابع $f(x) = a \sin \pi(bx + \frac{1}{4}) + c$ است. حاصل $f(6)$ کدام است؟

(۱) ۴

(۲) صفر

(۳) $2 - 2\sqrt{3}$

(۴) $2 + 2\sqrt{3}$

(دیار ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۱۳۸

اگر $x + 2y = \frac{\pi}{2}$ باشد، ساده شده عبارت $\frac{\sin(x+y)}{\cos y} - \frac{\tan(x-y)}{\cot 3y}$ کدام است؟

(۲) $\cos y$

(۱) $\sin y$

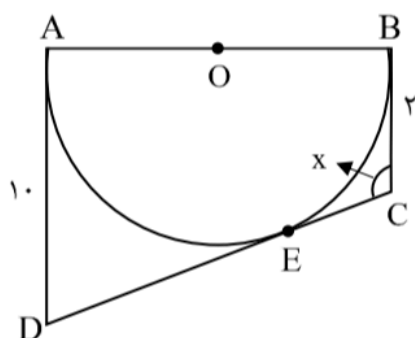
(۴) صفر

(۳) ۱

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۱۳۹ در شکل زیر، پاره خط‌های BC و AD بر نیم‌دایره مماس‌اند.

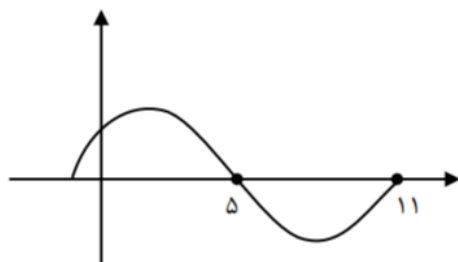
حاصل عبارت $A = 1 - \cos x$ کدام است؟



(دپاز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

- (۱) $\frac{5}{3}$
 (۲) $\frac{1}{3}$
 (۳) $1 - \frac{\sqrt{5}}{3}$
 (۴) $1 + \frac{\sqrt{5}}{3}$

۱۴۰ نمودار تابع $f(x) = 2 \sin(ax + \frac{\pi}{n})$ در یک دوره تناوب به صورت زیر است. اگر n یک عدد طبیعی زوج باشد، حاصل an کدام است؟



(دپاز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

- (۱) π
 (۲) $\frac{\pi}{2}$
 (۳) $\frac{3\pi}{2}$
 (۴) $\frac{2\pi}{3}$

۱۴۱ کوچک‌ترین جواب معادله $\sin^2 x + \cos^2 x + (\sin x - \cos x)^2 = \frac{49}{16}$ در بازه $[0, 2\pi]$ کدام است؟

(۴) $\frac{11\pi}{12}$

(۳) $\frac{7\pi}{12}$

(۲) $\frac{5\pi}{12}$

(۱) $\frac{\pi}{12}$

(دپاز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۱۴۲ اگر تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x + [\cos x]}{\cos^2 x} & x > \frac{\pi}{2} \\ \frac{ax}{\pi} & x = \frac{\pi}{2} \\ \left[-\frac{\pi^2}{2x^2} \right] + b & x < \frac{\pi}{2} \end{cases}$ در $x = \frac{\pi}{2}$ پیوسته باشد، حاصل $\frac{1}{y} ab$ کدام است؟

(۴) $-\frac{5}{4}$

(۳) $\frac{3}{4}$

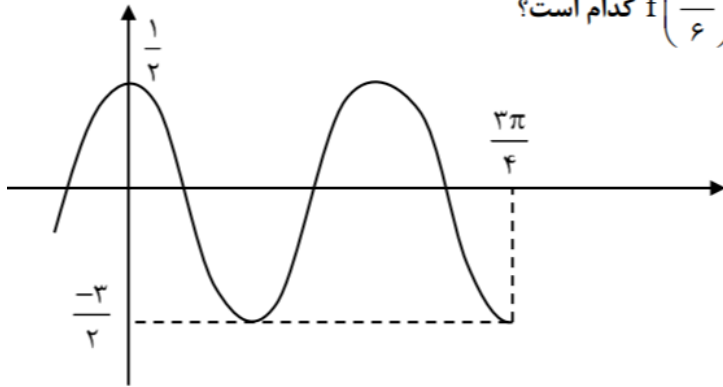
(۲) $-\frac{3}{4}$

(۱) $\frac{5}{4}$

(دپاز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۱۴۳

شکل زیر قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a \sin^2 bx + c$ است. مقدار $f\left(\frac{5\pi}{6}\right)$ کدام است؟

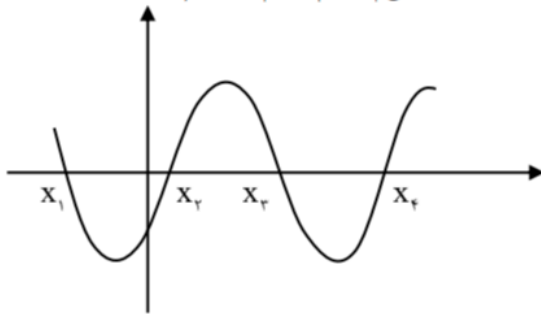


- (۱) صفر
(۲) ۱
(۳) ۲
(۴) -۱

(دیاز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۱۴۴

شکل زیر قسمتی از نمودار تابع $f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right) - \cos\left(\frac{\pi}{6} + x\right)$ است. حاصل $x_1 + x_2 + x_3$ کدام است؟



- (۱) $\frac{\pi}{8}$
(۲) $\frac{9\pi}{8}$
(۳) $\frac{5\pi}{4}$
(۴) $\frac{73\pi}{24}$

(دیاز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۱۴۵

اگر $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\frac{b}{\pi}x + 2}{\cos^2 x - \cos x} = +\infty$ و $\frac{13\pi}{4} < a < \frac{5\pi}{4}$ باشد حداکثر مقدار $[b]$ کدام است؟

- (۱) -۱
(۲) -۲
(۳) -۳
(۴) -۴

(دیاز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۱۴۶

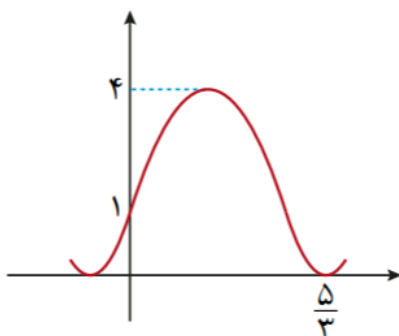
تابع $y = (-1)^{[x]} \cos \frac{\pi x}{2}$ در بازه $\left[a + \frac{1}{4}, 2\right]$ صعودی اکید است. برای کمترین مقدار a ، تابع $f(x) = \log_a x^{\frac{1}{a}}$ روی دامنه‌اش چگونه است؟

- (۱) صعودی اکید
(۲) نزولی اکید
(۳) ابتدا صعودی اکید، سپس نزولی اکید
(۴) ابتدا نزولی اکید، سپس صعودی اکید

(دیاز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۱۴۷

قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a - 2 \cos(\pi(bx + c))$ در شکل مقابل رسم شده است. مقدار $a + b + c$ کدام است؟ ($0 < c < 1$)



- (۱) $\frac{10}{3}$
(۲) $\frac{14}{5}$
(۳) $\frac{8}{5}$
(۴) $\frac{8}{3}$

(دیاز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۱۴۸ اگر $\tan \alpha + \cot \alpha = \frac{1}{5}$ و $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ باشد، حاصل $\sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha$ چقدر است؟

(۴) $\frac{9}{16}$

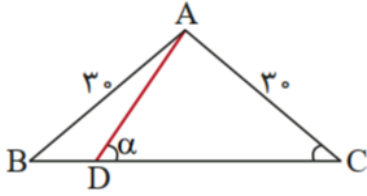
(۳) $\frac{9}{8}$

(۲) $\frac{3}{8}$

(۱) $\frac{3}{4}$

(دیاژ ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۱۴۹ در مثلث متساوی الساقین شکل مقابل، $\tan \hat{C} = \frac{3}{4}$ و $\tan \alpha = 3$ است. طول پاره خط BD چقدر است؟



(۱) ۱۶

(۲) ۱۸

(۳) ۲۰

(۴) ۱۵

(دیاژ ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۱۵۰ اگر $3 \sin \alpha + 2 \cos \alpha = 1$ باشد، حاصل $8 \tan \alpha + 3 \cot \alpha$ کدام است؟

(۴) -۱۶

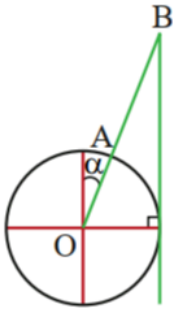
(۳) -۸

(۲) -۶

(۱) -۱۲

(دیاژ ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۱۵۱ در دایره مثلثاتی شکل مقابل، طول AB برابر ۱/۵ است. مقدار $\sin \alpha$ چقدر است؟



(۱) ۰/۳

(۲) ۰/۴

(۳) ۰/۶

(۴) ۰/۸

(دیاژ ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۱۵۲ اگر x زاویه ای حاده و $\tan x \cdot \tan(x + \frac{\pi}{3}) = 1$ باشد، مقدار $\cos^2 2x$ کدام است؟

(۴) $\frac{3}{5}$

(۳) $\frac{1}{4}$

(۲) $\frac{3}{4}$

(۱) $\frac{1}{2}$

(دیاژ ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۱۵۳ هرگاه $\tan \alpha = 2$ و α در ناحیه سوم قرار گرفته باشد، حاصل $A = \frac{\cos(\frac{\pi}{2} - 2\alpha) - 2 \cos(\pi - \alpha)}{\sin(2\alpha - \frac{3\pi}{4}) - \sin(3\pi - \alpha)}$ کدام است؟

(۴) $\frac{-2}{\sqrt{5} + 2}$

(۳) $\frac{1}{\sqrt{5} + 2}$

(۲) $\frac{-4}{\sqrt{5} - 2}$

(۱) $\frac{-2}{4 + \sqrt{5}}$

(دیاژ ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۱۵۴ دوره تناوب تابع $f(x) = \sin(\pi x) \cdot \cos(\pi x) \cdot \cos(2\pi x)$ برابر k است. دوره تناوب تابع $y = kf(\frac{x}{k})$ کدام است؟

(۴) ۱

(۳) $\frac{1}{16}$

(۲) $\frac{1}{9}$

(۱) $\frac{1}{4}$

(دیاژ ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۱۵۵ اگر $1 = \tan x + 3 \cot\left(\frac{5\pi}{2} + x\right)$ باشد، حاصل $P = \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x}$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) -۳ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{3}$

(دیاز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۱۵۶ اگر $A = \cos \frac{5\pi}{12} - \sin \frac{5\pi}{12}$ و $B = \cos \frac{\pi}{12} + \sin \frac{\pi}{12}$ باشد، حاصل AB کدام است؟

- (۱) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{2}$

(دیاز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۱۵۷ اگر α حاده و $\sin 2\alpha = \frac{3}{5}$ باشد، مقدار $\tan \alpha - \cot \alpha$ کدام است؟

- (۱) $\frac{8}{3}$ (۲) $-\frac{8}{3}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $-\frac{4}{3}$

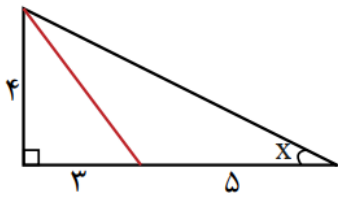
(دیاز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۱۵۸ ماکزیمم و مینیمم تابع $f(x) = a - b \sin\left(\frac{b}{a}x\right)$ به ترتیب برابر ۶ و -۲ است. نمودار f محور x ها را در بازه $(0, 2\pi)$ در چند نقطه قطع می کند؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

(دیاز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

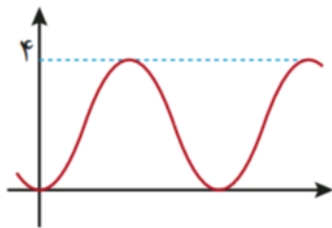
۱۵۹ اگر فرض کنیم $\sin 37^\circ = \frac{3}{5}$ باشد و $\tan x = \frac{1}{4}$ ، مقدار x کدام خواهد بود؟



- (۱) $25/5^\circ$
(۲) $26/5^\circ$
(۳) 25°
(۴) $24/5^\circ$

(دیاز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۱۶۰ بخشی از نمودار $f(x) = 2a \sin^2 \frac{\pi}{a}x$ شکل مقابل است. مقدار $f\left(\frac{1}{a}\right)$ کدام است؟

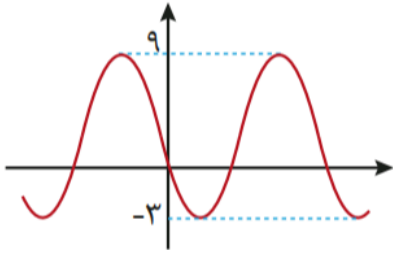


- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

(دیاز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۱۶۱

بخشی از نمودار $f(x) = a - 6 \sin(b + \frac{\pi}{3}x)$ به صورت شکل روبه‌رو است. اگر $0 < b < \frac{\pi}{4}$ ، مقدار $f(10)$ چه عددی است؟



(۱) ۳

(۲) -۹

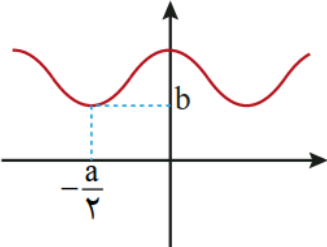
(۳) -۳

(۴) ۹

(دیاز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۱۶۲

قسمتی از نمودار تابع $f(x) = 3a + 2 \cos \frac{\pi}{b}x$ به صورت شکل مقابل است. مقدار $2a + b$ کدام است؟

(۱) $\frac{8}{5}$ (۲) $\frac{6}{5}$ (۳) $\frac{4}{5}$

(۴) ۲

(دیاز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۱۶۳

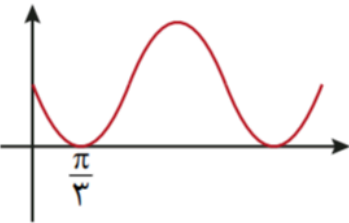
حداقل مقدار تابع $f(x) = 2a - 3 \cos \frac{\pi}{3}x$ نصف حداکثر مقدار $g(x) = 3 + 2a \sin x$ است. مقدار a چه عددی است؟

(۱) $1/5$ (۲) $4/5$ (۳) $3/5$ (۴) $2/5$

(دیاز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۱۶۴

قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a - 4 \cos^2(\frac{\pi}{4} + bx)$ به صورت شکل مقابل است. مقدار ab کدام است؟



(۱) -۳

(۲) -۲

(۳) ۶

(۴) $\frac{3}{2}$

(دیاز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۱۶۵

تابع $f(x) = \tan \frac{\pi}{3}x$ در بازه $(\frac{a}{3}, \frac{21}{3})$ اکیداً صعودی است. حداقل مقدار a کدام است؟

(۱) ۹

(۲) ۱۵

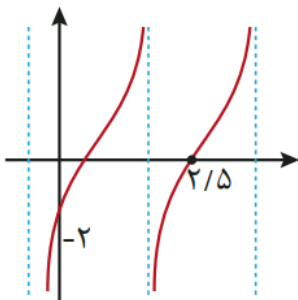
(۳) ۱۳

(۴) ۱۱

(دیاز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۱۶۶

قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a \tan(bx - \frac{\pi}{4})$ در شکل روبه‌رو آمده است. مقدار $b.a$ کدام عدد است؟

(۱) π (۲) $\frac{\pi}{2}$ (۳) $\frac{\pi}{5}$ (۴) $\frac{\pi}{8}$ 

(دیاز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۱۶۷ اگر $a \in \mathbb{R}, a \neq 0$ و $a \cos x = 1 + \sin x$ باشد، $\frac{1}{\cos x}$ برابر کدام است؟

- (۱) $\frac{1+a^2}{2a}$ (۲) $\frac{1+a^2}{2}$ (۳) $\frac{1+a^2}{a}$ (۴) $\frac{1+a}{2a^2}$

(دپاز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۱۶۸ مجموع جواب‌های معادله $\sin^6 x + \cos^6 x = \frac{13}{16}$ در بازه $[-\pi, 2\pi]$ کدام است؟

- (۱) 4π (۲) 6π (۳) 5π (۴) 7π

(دپاز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۱۶۹ مجموع جواب‌های معادله $5\sin^3 x + 10\sin^2 x - \sin x - 2 = 0$ در بازه $(\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3})$ کدام است؟

- (۱) 8π (۲) 5π (۳) 7π (۴) 6π

(دپاز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۱۷۰ اگر $\frac{\sin^4 x}{a} + \frac{\cos^4 x}{b} = \frac{1}{a+b}$ باشد، $\tan^2 x$ کدام است؟

- (۱) $\frac{a}{b}$ (۲) $\frac{b}{a}$ (۳) $\frac{a}{a+b}$ (۴) $\frac{b}{a+b}$

(دپاز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۱۷۱ نمودار تابع متناوب $f(x) = ||x| - 1| - |x| - 1$ در بازه $[-1, 3]$ مفروض است. اگر $f(x+4) = f(x)$ باشد، مساحت بین نمودار تابع f با محور x ها و خطوط $x=9$ و $x=12$ کدام است؟

- (۱) ۷ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴) ۵

(دپاز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۱۷۲ با فرض $a \in \mathbb{N}$ ، اگر از به هم وصل کردن جواب‌های معادله $4 \cos ax - 1 - 2 \sin^2 x - \cos^2 x = 0$ روی دایره مثلثاتی، یک چهار ضلعی تشکیل شود، مساحت آن کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ (۴) $2\sqrt{3}$

(دپاز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۱۷۳ معادله $\cot x - \tan x = \frac{a\sqrt{3}}{\sin x \cos x}$ در بازه $(\frac{5\pi}{12}, \frac{3\pi}{4})$ دو جواب دارد. حدود a کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{3} < a \leq -\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۲) $-\frac{1}{3} < a \leq -\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۳) $-1 < a \leq -\sqrt{3}$ (۴) $-\frac{\sqrt{3}}{3} < a \leq -\sqrt{3}$

(دپاز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۱۷۴ اگر $\tan 2\alpha = 4 \cot \alpha$ باشد، مقدار $\cos 4\alpha$ کدام می‌تواند باشد؟ ($\cos \alpha \neq 0$)

- (۱) $-\frac{1}{76}$ (۲) $-\frac{1}{84}$ (۳) $-\frac{1}{88}$ (۴) $-\frac{1}{92}$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۱۷۵ معادله $\sin x + [\sin x] = \frac{x}{3} + \left[\frac{x}{3}\right]$ چند جواب در مجموعه اعداد حقیقی دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۱۷۶ نمودار تابع $y = 1 + a \cos bx$ در سه نقطه متوالی $\frac{2\pi}{3}$ ، k و $\frac{14\pi}{3}$ محور x ها را قطع می کند. حاصل $\frac{ak}{\pi}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{3}$ (۲) $-\frac{2}{3}$ (۳) $-\frac{5}{3}$ (۴) $\frac{7}{3}$

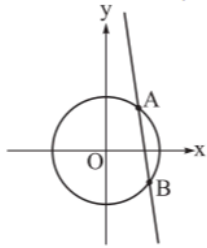
(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۱۷۷ اگر $2 = 3 \sin \theta + 4 \cos \theta$ باشد، حاصل $5 \tan \theta + 12 \cot \theta$ کدام است؟

- (۱) ۱۸ (۲) -۲۴ (۳) ۲۱ (۴) -۱۶

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۱۷۸ در دایره مثلثاتی شکل مقابل می دانیم $AB = \sqrt{2}$ و شیب خط گذرنده از نقاط A و B برابر با -7 است. عرض از مبدأ این خط کدام است؟



- (۱) ۵
(۲) ۶
(۳) ۷
(۴) ۸

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۱۷۹ مجموع جواب های معادله $3 - 2 \sin 3x + 2 \sin^2 3x = 0$ در بازه $[0, \pi]$ کدام است؟

- (۱) 2π (۲) 3π (۳) 4π (۴) 5π

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۱۸۰ اگر θ داشته باشیم $\sqrt{a^2 + 1} + \sqrt{b^2 + 16} = 13$ و مقدار $\tan \theta$ کدام است؟ $(0 < \theta < \frac{\pi}{2})$

- (۱) $2/2$ (۲) $2/3$ (۳) $2/4$ (۴) $2/5$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۱۸۱ دوره تناوب و مینیمم تابع $f(x) = \sin^2 x + \sin^4 x + \sin^6 x + \cos^2 x + \cos^4 x + \cos^6 x$ به ترتیب برابرند با:

- (۱) $\frac{7}{4}, \pi$ (۲) $\frac{7}{4}, \frac{\pi}{2}$ (۳) $\frac{19}{8}, \pi$ (۴) $\frac{19}{8}, \frac{\pi}{2}$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۱۸۲ نمودار تابع $f(x) = \cos^2 x + \sin^2 x$ چند بار در فاصله $[0, 10]$ خط $y = \frac{3}{4}$ را قطع می کند؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۱۸۳ نمودار تابع $y = \left| \tan\left(\frac{\pi}{6} - 3x\right) \right|$ در بازه $\left[\frac{\pi}{18}, a\right]$ اکیداً صعودی است. حداکثر مقدار a کدام است؟

- (۱) $\frac{2\pi}{9}$ (۲) $\frac{\pi}{3}$ (۳) $\frac{\pi}{2}$ (۴) $\frac{4\pi}{9}$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۱۸۴

از معادله $\frac{\sin 2x}{2 \sin x - 1} = \frac{\cos 5x}{1 - 2 \sin x}$ مجموع جواب‌ها در بازه $(0, \pi)$ چند برابر π است؟

- (۱) ۱ (۲) $1/4$ (۳) $1/5$ (۴) ۲

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۱۸۵

اگر $f(x) = 1 + \sin x \cos x \cos 2x \cos 4x$ ، آن‌گاه نمودار $y = f(x)$ و نمودار تابعی به صورت $y = a \cos bx + c$ که ماکزیمم و مینیمم و دوره تناوب آن با f یکسان باشد، در فاصله $(0, \frac{\pi}{4})$ چند نقطه برخورد دارند؟ ($a > 0$)

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۱۸۶

اگر $x = -\frac{\pi}{4}$ یکی از جواب‌های معادله مثلثاتی $\sin x \cos x = \cos^2 2x + m$ باشد، مجموع تمامی جواب‌های متمایز این معادله در بازه $[0, \pi]$ کدام است؟

- (۱) $\frac{5\pi}{4}$ (۲) $\frac{7\pi}{4}$ (۳) $\frac{3\pi}{2}$ (۴) 2π

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۱۸۷

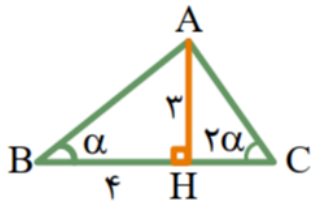
اگر $\sin 3x = \frac{1}{m-2}$ و $12^\circ < x \leq 50^\circ$ باشد، چند مقدار طبیعی برای m وجود دارد؟

- (۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۱۸۸

در شکل زیر، طول پاره خط CH چقدر است؟



- (۱) $\frac{5}{8}$ (۲) $\frac{7}{8}$ (۳) $\frac{4}{5}$ (۴) $\frac{6}{7}$

(ماز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

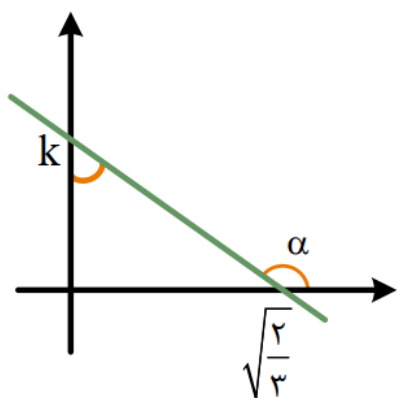
۱۸۹

اگر $\tan^4 \alpha + \cot^4 \alpha = 7$ باشد، حاصل $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha$ کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{5}$ (۲) $\frac{3}{5}$ (۳) $\frac{16}{25}$ (۴) $\frac{9}{25}$

(ماز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۱۹۰ در شکل مقابل اگر $\cos 2\alpha = -\frac{1}{5}$ باشد، مقدار k کدام است؟



(۱) $\frac{2}{\sqrt{3}}$

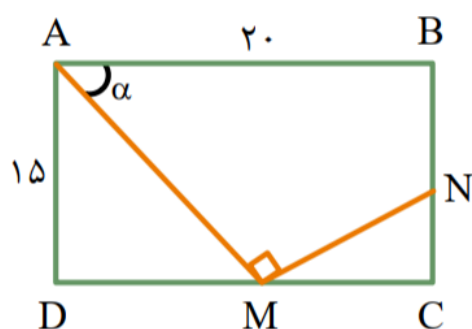
(۲) $\frac{3}{\sqrt{2}}$

(۳) $\frac{2}{3}$

(۴) ۱

(ماز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۱۹۱ در مستطیل شکل مقابل، $NC = 5/6$ است. اگر $DM > MC$ باشد، مقدار $\tan \alpha$ کدام است؟



(۱) $\frac{12}{7}$

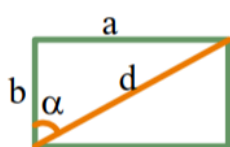
(۲) $\frac{15}{14}$

(۳) $\frac{15}{13}$

(۴) $\frac{12}{11}$

(ماز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۱۹۲ در مستطیل شکل مقابل a طول و b عرض مستطیل است. اگر مربع طول قطر مستطیل با $2/5$ برابر مساحت مستطیل برابر باشد، مقدار $\cos 2\alpha$ کدام است؟



(۲) $\frac{3}{5}$

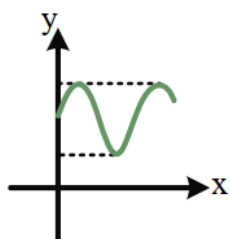
(۴) $\frac{4}{5}$

(۱) $-\frac{3}{5}$

(۳) $-\frac{4}{5}$

(ماز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۱۹۳ نمودار تابع $f(x) = a + 2b \sin(\frac{a}{b}x)$ به صورت مقابل است، به طوری که بیشترین مقدار تابع سه برابر کمترین مقدار تابع باشد، دوره تناوب f کدام است؟



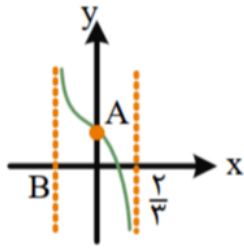
(۲) $\frac{\pi}{4}$

(۴) $\frac{4\pi}{3}$

(۱) $\frac{\pi}{2}$

(۳) $\frac{2\pi}{3}$

(ماز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)



۱۹۴ نمودار تابع $f(x) = a - \tan\left(\frac{\pi}{a}x\right)$ به صورت مقابل است. شیب پاره خط AB کدام است؟

(۲) ۲

(۱) ۱

(۴) $\frac{3}{2}$

(۳) $\frac{2}{3}$

(ماز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۱۹۵ معادله $\cos 2x - 2\sin^2 x = 0$ در بازه $(0, \alpha)$ سه جواب دارد. حداکثر α کدام است؟

(۴) $\frac{11\pi}{6}$

(۳) $\frac{7\pi}{6}$

(۲) $\frac{4\pi}{3}$

(۱) $\frac{5\pi}{3}$

(ماز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)